UOT 372.851

Müdafiə Cəmil oğlu Mahmudov
pedaqogika üzrə elmlər doktoru, professor
https://orcid.org/0000-0003-1161-1416

Emil Əziz Rafik
fəlsəfə doktoru proqramı üzrə doktorant
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu
https://orcid.org/0000-0003-4273-5374
https://doi.org/10.5281/zenodo.6448165

Azadə Cəmşid qızı Tahirova
Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti
https://orcid.org/ 0000-0003-3681-3882

LİSEYLƏRDƏ VƏ ALİ TEXNİKİ MƏKTƏBLƏRDƏ TƏTBİQİ MƏSƏLƏLƏRİN SEÇİLMƏSİ MEYARLARI VƏ VARİSLİYİN ƏHƏMİYYƏTİ

Мудафие Джамиль оглу Махмудов
доктор наук по педагогике, профессор

Эмиль Азиз Рафик
докторант по програме доктора философии
Институт Образования Азербайджанской Республики

Азада Джамшид гызы Тахирова
доцент Азербайджанского Государственного Университета

КРИТЕРИИ ОТБОРА ПРИКЛАДНЫХ ВОПРОСОВ В ЛИЦЕЯХ И ВЫСШИХ ТЕХНИЧЕСКИХ ШКОЛАХ И ВАЖНОСТЬ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ

Mudafie Jamil Mahmudov
doctor of sciences in pedagogy, professor

Emil Aziz Rafik
doctorial student in the proqram of doctor of philosophy
Institute of Education of the Republic of Azerbaijan

Azada Jamshid Tahirova
Associate Professor of Azerbaijan State University

CRITERIA FOR SELECTION OF APPLIED ISSUES IN LYCEUMS AND HIGHER TECHNICAL SCHOOLS AND THE IMPORTANCE OF SUCCESSION

Xülasə. Məqalədə liseylərdə və ali texniki məktəblərdə əsas isbat metodlarının tətbiqi ilə məsələlərin seçilməsi meyarları və varisliyin mahiyyəti məsələlərinə toxunulmuşdur. İndiki dövrdə bu istiqamətlərdə məsələlərin həllində meydana çıxan çətinliklərin və ziddiyyətlərin aradan qaldırılması yolları öz əksini tapmışdır.
Açar sözlər: *tətbiq, bilik, şagird, tələbə, proses, dəqiq, üsul, fənlərarası, varislik*

Резюме. В статье затрагиваются критерии отбора поступающих в лицеи и высшие технические школы и сущность наследования. В настоящее время есть способы преодоления трудностей и противоречий в решении вопросов в этих сферах.

Ключевые слова: *применение, знания, ученик, студент, процесс, точность, метод, междисциплинарность, наследственность*

Summary: The article touches on the criteria for selecting application issues in lyceums and higher technical schools and the essence of inheritance. At present, there are ways to overcome the difficulties and contradictions in the solution of issues in these areas.

Key words: *application, knowledge, pupil, student, process, precision, method, interdisciplinary, inheritance*

Liseylərdə şagirdlərin riyazi hazırlığında tətbiqi məsələlərin həllinə yer verilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Təlim prosesində tətbiqi məsələlərin həllinə yer verildikdə, onda ali texniki məktəblərdə riyazi bilikləri bilavasitə texniki fənlərin tədrisində tətbiq etməklə tələbələrin müasir tələblərə uyğun bilik və bacarıqlara malik olduqları özünü əks etdirir. Riyaziyyat, fizika, mexanika, radiotexnika və s. kimi elmlərdə müəyyən dəyişən kəmiyyətlər var və bu dəyişənlər arasında bir-birindən asılılıq və ya asılı olmamazlıq mövcuddur. Birinci halda, yəni baxılan prosesdə və ya riyazi məsələnin tədqiqində məsələnin həlli müəyyən edilir və bu məsələnin həlli iki halda özünü əks etdirir: dəqiq həll və ya təqribi həll. Texniki məsələlərin həllini həmişə dəqiq şəkildə təyin etmək olmur, ona görə də bu cür məsələlərin həllinin təqribi üsullarla həll edilməsi qarşıda durur, yəni qoyulmuş məsələnin həllində standart metodlardan istifadə yaramır, buna görə də riyaziyyatın nəzəri və praktik istiqamətlərdə tədrisində tətbiqi məsələlərin həllinə yer verilməsi diqqətdən qaçmamalıdır. Bu halda tələbələrin əldə etdiyi riyazi biliklərin onların ixtisaslarına istiqamətləndirilməsi gələcək mühəndislərin öz peşələrində keyfiyyətli təhsil almalarına səbəb olur.

Ali texniki məktəblərdə riyaziyyatın təlimində tətbiqi məsələlərin seçilməsində və onun düzgün həyata keçməsində fənlərarası əlaqələrin və varislik prinsipinin təmin edilməsi gələcək mühəndislərin bilik və bacarıqlarının dərinləşməsinə səbəb olur. Müşahidələrdən aydın olur ki, lisey və ali texniki məktəblərin riyaziyyat kursları arasında fəndaxili, fənlərarası əlaqələr və varislik prinsipinin həyata keçməsi aşağıdakı vəzifələrin yerinə yetirilməsində özünü əks etdirməlidir, yəni:

1) ali texniki məktəblərdə riyaziyyatdan ixtisas fənlərinin öyrənilməsində yeni təlim texnologiyalarından istifadə etməklə onun səmərəliliyinin artırılması;

2) gələcək mühəndislərin peşə üzrə tətbiqi məsələlərinin rolu və onun mahiyyətinin formalaşdırılması;

3) riyaziyyat, qonşu (qohum) fənlər və texniki fənlər arasında qarşılıqlı əlaqələri həyata keçirmək üçün öyrədənlə öyrənən arasında məqsədyönlü fəaliyyət öz əksini tapmalıdır;

4) gələcək mühəndislərə öz peşələri üzrə tətbiqi məsələləri seçməklə istiqamətləndirmək, təhlil etmək və həll yolunu göstərmək.

Ali texniki məktəblərdə tələbələrin riyaziyyat kursundan aldığı bilik və bacarıqların müasir tələblərə uyğun olması üçün orta ümumtəhsil məktəblərində, liseylərdə, kolleclərdə riyazi təhsilə diqqəti artırmaq və təhsilin keyfiyyətini yüksəltmək lazımdır. Bu halda riyaziyyat müəlliminin rolu, pedaqoji ustalığı mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

İndi isə ümumtəhsil məktəblərində, liseylərdə və ali texniki məktəblərdə riyaziyyat və informatika fənlərinin digər qonşu və texniki fənlər arasındakı varislik və fənlərarası əlaqələrin tətbiqi məsələlərin həllində reallaşdırılması yollarına baxaq. Aydındır ki, orta məktəb riyaziyyat kursunda həndəsə fənni bir sıra fənlərlə əlaqəlidir. Cəbr və riyazi analizin bir sıra elementləri həndəsədə tətbiq olunur, həndəsinin bir sıra anlayışları isə başqa fənlərlə əlaqəlidir. Digər tərəfdən, qeyd edə bilərik ki, orta məktəbin həndəsə kursu ilə ali texniki məktəblərin riyaziyyat kursunun analitik həndəsə bölmələri (nəzəriyyələri) ilə varislik vardır. Buna görə də ali texniki məktəblərin riyaziyyat kursundan həndəsəyə aid konkret misallar göstərmək lazımdır. Tətbiqi məsələlər tələbələrin məntiqi təfəkkürünün inkişafında xüsusi rol oynayır və onların bilik, bacarıq və vərdişlərinin möhkəmlənməsində, dərinləşməsində öz əksini tapır.

Son on ildə bütün istiqamətlərdə texnologiyanın sürətlə inkişafının tələblərinə uyğun olaraq həm ümumtəhsil məktəblərində və həm də ali təhsil müəssisələrində yeniliklər və modernləşmələr baş verdi. Lisey və ümumtəhsil məktəblərində təhsilalanları bilik, bacarıq və vərdişlərlə silahlandırmaqla onların həm həyata hazırlanmasında, həm də ali məktəblərdə təhsillərinin davam etdirilməsində mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bu halda nüfuzlu ölkələrin təhsil sisteminə inteqrasiya olunması və hansı istiqamətlərdə sıçrayışla və ya təkamül yolu ilə həyata keçməsi öz əksini tapır. Göstərilənlərin həyata keçməsində müəllimin rolu danılmazdır, çünki o, öyrənənlərə ancaq riyazi bilikləri verməklə kifayətlənmir, həm də fənnin mahiyyətini, başqa elmlərlə əlaqəsini və tətbiqi yollarını göstərir. Bu hal isə təhsilalanların hərtərəfli dünyagörüşünü artırır və bir şəxsiyyət kimi dünyagörüşə malik olmasında rol oynayır.

Ali texniki məktəblərdə fənlərarası əlaqələrin reallaşmasında əsas məqsədlərdən biri də riyaziyyat kursunun öyrənilməsi və əldə olunmuş bilik və bacarıqların qonşu və texniki fənlərin öyrənilməsində tətbiqidir. Fənlərarası əlaqələrdən və varislik prinsipindən istifadə edərək müxtəlif texniki fənlərə aid bilik, bacarıq və vərdişlərə malik olunması gələcək mütəxəssislərin dünyagörüşünü artırır və şəxsiyyət kimi yetişməsində rol oynayır.

Orta məktəb kursundan həndəsə, cəbr və riyazi analiz kursunun elementlərinin tədrisində tətbiqi məsələlərin seçilməsi və həlli üsulları bu fənlərin öyrənilməsində əsas mərhələ təşkil edir. XXI əsrin əvvəllərindən başlayaraq müasir riyaziyyatın elementləri ildən-ilə geniş şəkildə lisey və orta məktəb riyaziyyat kursuna daxil edilmişdir. Ali texniki məktəblərdə riyaziyyatın təlimində varislik prinsipinə riayət etməklə tələbələrin biliklərini tətbiqi məsələlərin həllində formalaşdırmaq lazımdır. Riyazi analiz bölmələrinin təlimində kontur misallardan, analogiyalardan və əsas isbat metodlarından istifadə tətbiqi məsələlərin seçilməsində və həllində mühüm rol oynayır. Bu halda tələbələrin bilikləri dərinləşir, zənginləşir, möhkəmlənir və sistematikləşir. Gələcək mühəndislərin riyaziyyatdan keyfiyyətli bilik və bacarıqlara malik olması texnik fənlərin keyfiyyətli təlimində rol oynayır.

Orta məktəblərdə, liseylərdə funksiya anlayışı, onun limiti və kəsilməzliyi, ədədi ardıcıllıqlar və silsilələrin və s. tədrisi bir növ ali texniki məktəblərin birinci kursunda tədris olunur. Bu anlayışları ali məktəblərdə tədris edərkən yeni tip tətbiqi məsələlərin həllinə üstünlük vermək lazımdır. Diferensial və inteqral hesabının tədrisində əsas diqqəti kontrmisallara, analogiyalara və əsas isbat metodlarına ayırmaq lazımdır. Bu anlayışları öyrədərkən təriflərin, qaydaların və düsturların öyrədilməsi daha dərin və sistematik olmalıdır, çünki gələcək mütəxəssislərin məntiqi təfəkkürünün inkişafında rol oynayır. Məsələn:

Misal 1. $\{x_n\} = sin^2 n$ və $\{y_n\} = cos^2 n$ kimi iki ardıcıllıq verilmişdir və bunların cəmi $\sin^2 n + \cos^2 n = 1$, onda alırıq ki, $\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = 1$. Bilirik ki, əgər sonlu sayda ardıcıllıqların hər biri yığılandırsa, onda bu ardıcıllıqların cəmi də yığılandır, yəni $\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n$. Bu münasibətdən sual meydana çıxır, hökmün tərsi doğrudurmu?

Onda aydındır ki, $\lim_{n\to\infty}(sin^2 n + cos^2 n) = \lim_{n\to\infty} sin^2 n + \lim_{n\to\infty} cos^2 n$ və $sin^2 n + cos^2 n = 1$ olduğundan $\lim_{n\to\infty}(sin^2 n + cos^2 n) = 1$. Lakin bu hökmün tərsi doğru deyil, çünki $\lim_{n\to\infty} sin^2 n$ və $\lim_{n\to\infty} cos^2 n$ limitləri yoxdur, yəni bu ardıcıllıqların hər biri dağılandır.

Bu, o deməkdir ki, $\{x_n\} = sin^2 n$ və $\{y_n\} = cos^2 n$ ardıcıllıqlarının cəminin yığılan olmasından onların hər birinin ayrılıqda yığılan olmasını demək olmaz, bu şərt isə ardıcıllığın yığılan olması üçün ancaq kafi şərtdir. Bu halda qeyd edə bilərik ki, diferensial və inteqral hesabının bütün bölmələrində kontrmisallardan istifadə etmək olar, çünki meydana çıxan bir sıra çətinliklər kontrmisallarla aradan qaldırılır. Bu deyilənlər isə tələbələrin məntiqi təfəkkürünün inkişafının formalaşdırılması prosesinin riyazi modelləşməsində özünü əks etdirir. Qarşıda duran suallar belə başa düşülür: 1) riyazi təklif və teoremlərə daxil olan şərtlər zəruridirmi?; 2) şərtlər kafidirmi?; 3) şərtlər zəruri və kafidirmi və ya hökmü daha az şərt daxilində isbat etmək olmazdımı?

Analoji qayda ilə göstərmək olar ki, əgər iki ardıcıllığın hər biri yığılandırsa, onda bu ardıcıllıqların fərqi yığılandır. Burada da göstərmək olar ki, hökmün tərsi doğru deyil. Və ya iki ardıcıllığın sonlu limitləri varsa, yəni yığılandırsa, onda bu ardıcıllıqların hasili olan ardıcıllıq da yığılandır. Lakin kontrmisallarla göstərmək olar ki, hökmün tərsi doğru olmaya da bilər. Eyni qayda ilə analoji olaraq kontrmisallarla yığılan ardıcıllıqların nisbəti üçün göstərmək olar.

Misal 2. Limiti olmayan $x_n \frac{1+(-1)^n}{2}$ ardıcıllığı məhduddur, yəni ixtiyari $n \in N$ üçün $0 \leq x_n \leq 1$ şərtinin ödənilməsinə baxmayaraq, $\{x_n\}$ ardıcıllığı yığılan deyil. Yəni, istənilən həqiqi ədədin istənilən ətrafından kənarda $\{x_n\}$ ardıcıllığının sonsuz sayda həddi olur.

Misal 3.

İstənilən qeyd olunmuş natural p ədədi üçün $\lim_{n\to\infty}\left(a_{n+p}-a_n\right)=0$ şərtini ödəyən dağılan

$$a_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

ədədi ardıcıllığına baxaq. İstənilən qeyd olunmuş natural p ədədi üçün

$$a_{n+p}-a_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{n+p}-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{n}=$$

$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+p}\leq\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{n+1}=\frac{p}{n+1}\to 0; n\to\infty.$$

Deməli, $\lim_{n\to\infty}\left(a_{n+p}-a_n\right)=0$ olur. $\{a_n\}$ ardıcıllığı dağılan ardıcıllıqdır, çünki o, fundamental ardıcıllıq deyil, buna səbəb $\lim_{n\to\infty}\left(a_{n+p}-a_n\right)=0$ münasibətinin p-yə nəzərən müntəzəm olaraq ödənilməsidir. Həqiqətən də $p=n$ götürsək,

$$a_{n+p}-a_n = a_{2n}-a_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}>\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\cdots+\frac{1}{2n}=\frac{1}{2}$$

olar. Yəni, $\{a_n\}$ ardıcıllığı $a_{n+1}-a_n>\frac{1}{2}(p=n)$ olduqda şərtini ödəyir, bu isə onun fundamental olmadığını göstərir. Bu halda həqiqətən $\{a_n\}$ ardıcıllığı dağılan ardıcıllıq olar.

İstər liseylərdə, istərsə də ali texniki məktəblərdə riyaziyyatın tədrisində kontrmisalların seçilməsi mühüm əhəmiyyətə malikdir və xüsusi rol oynayır. Kontrmisalların seçilməsində teorem və təkliflərdəki zəruri və kafi şərtlərin hansı dərəcədə çox və ya az olması təklif və ya teoremin mənimsənilməsinə, dərinləşməsinə, zənginləşməsinə, möhkəmləşməsinə və sistemləşməsinə öz təsirini göstərir. Bu halda hökmlərin isbatına ehtiyac qalmır, bu isə təlimin keyfiyyətinin yaxşılaşdırılmasına və təhsilin keyfiyyətinin yüksəldilməsinə səbəb olur.

İndiki zamanda ümumtəhsil məktəblərində, lisey və kolleclərdə riyaziyyat proqramlarına müasir riyaziyyatın, ümumiyyətlə desək, riyazi analiz nəzəriyyəsinin elementlərinin ali texniki məktəblərin riyaziyyat üzrə tədris proqramına daxil edilməsinin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, bu riyazi elementlər tələbələr tərəfindən keyfiyyətli mənimsənilməlidir, çünki texniki fənlərin tədrisində təlimin keyfiyyətinin yaxşılaşdırılmasında rol oynayır.

Riyazi analiz kursunda birdəyişənli funksiyanın limitinin tədrisində onun xassələrindən istifadə edərək, yəni $x\to x_0$ olduqda, tutaq ki, $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının sonlu limiti var, onda

1) $\lim_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]=\lim_{x\to x_0}f(x)\pm\lim_{x\to x_0}g(x)$

2) $\lim_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot\lim_{x\to x_0}g(x)$

3) $\lim g(x)\neq 0$ olduqda,

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim_{x\to x_0}f(x)}{\lim_{x\to x_0}g(x)}$$

xassələrə əsaslanaraq aşağıdakı kontrmisala baxaq:

Misal 4.

$$f(x)=\begin{cases}x+2, & x<0 \ olduqda,\\ -4, & x=0 \ olduqda,\\ 2x-6, & x>0 \ olduqda,\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}x+3, & x<0 \ olduqda,\\ 9, & x=0 \ olduqda,\\ -3x+11, & x>0 \ olduqda.\end{cases}$$

$f(x)$və $g(x)$ funksiyalarının cəmini $\varphi(x)$ ilə işarə etsək, onda alırıq:

$$\varphi(x)=f(x)+g(x)=\begin{cases}2x+5, & x<0 \ olduqda,\\ 5, & x=0 \ olduqda,\\ -x+5, & x>0 \ olduqda.\end{cases}$$

Axırıncı münasibətdən deyə bilərik ki, $x=0$ nöqtəsində $\varphi(x)$ funksiyasının limiti var, yəni $\varphi(x)=5$, çünki $x=0$ nöqtəsində sağ və sol limitlər var və bir-birinə bərabərdir, yəni

$x = 0$ olduqda $\varphi(x)$ funksiyasının sağ və sol limitləri var: $\lim\limits_{x\to 0-} \varphi(x) = \lim\limits_{x\to 0-}(2x+5) = 5$, sol limit,

$\lim\limits_{x\to 0+} \varphi(x) = \lim\limits_{x\to 0+}(-x+5) = 5$,, sağ limit.

Lakin $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının hər birinin ayrılıqda $x = 0$ nöqtəsində limiti yoxdur. Həqiqətən də,

$\lim\limits_{x\to 0-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0-}(x+2) = 2,$ $(x = 0$ nöqtəsində sol limit),

$\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0+}(2x-6) = -6,$ $(x = 0$ nöqtəsində sağ limit).

Axırıncı münasibətlərdən aydındır ki, $f(x)$ funksiyasının $x = 0$ nöqtəsində sağ və sol limitləri var, lakin bu limitlər bir-birinə bərabər deyil.

Analoji olaraq göstərə bilərik ki,

$\lim\limits_{x\to 0-} g(x) = \lim\limits_{x\to 0-}(x+3) = 3,$ $(x = 0$ nöqtəsində sol limit),

$\lim\limits_{x\to 0+} g(x) = \lim\limits_{x\to 0+}(-3x+11) = 11,$ $(x = 0$ nöqtəsində sağ limit).

Alırıq ki, $g(x)$ funksiyasının $x = 0$ nöqtəsində sağ və sol limitləri var və bu limitlər bir-birinə bərabər deyil. Deməli, hər iki halda $x = 0$ nöqtəsində funksiyanın limiti yoxdur.

Bu tip misalların həlli gələcək mühə-ndislərin məntiqi təfəkkürünün inkişafına səbəb olur, bu isə müasir mühəndis hazırlığında mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Ali texniki məktəblər üçün istifadə olunan dərslik və dərs vəsaitlərində texniki məzmunlu məsələlər öz həllini hələ də tapmamışdır. İndiki zamanda ali texniki məktəblərdə istifadə olunan dərslik və dərs vəsaitlərində texniki məzmunlu məsələlər olduqca azdır və bu günün tələblərinə uyğun deyil. Buna görə də ümumi riyaziyyatın bütün bölmələrində (nəzəriyyələrində) təqribi hesablamalara geniş yer verilməlidir. Ümumi riyaziyyatın nəzəri və praktiki istiqamətlərdə tədrisində əsas isbat metodlarından da istifadə etmək təlimin keyfiyyətinin yaxşılaşmasında rol oynayır, yəni analiz və sintez, tam riyazi induksiya metodundan, əksini fərz etmə metodundan istifadə öz əksini tapmalıdır.

Bir təklifin doğruluğunu tapmaq işinə isbat etmək deyilir. Hər bir isbatın tərkib hissəsinə diqqət verdikdə onun üç hissədən ibarət olduğunu görürük, yəni: təklifin isbat olunması, buna tezis deyilir; tezisin həqiqiliyini əsaslandıran təklif, buna əsas və ya arqument deyilir və əvvəldən əsasın doğruluğu məlum olmalıdır; isbat prosesinin özü bir sıra təkliflərdən ibarət olur.

İsbatı tezisdən başlayaraq mühakimənin sonunda əsas təklifə, yəni doğruluğu əvvəldən məlum olan təklifə gətirilir, deməli məchul təklifdən məlum təklifə keçirik. Bu şəkildə olan mühakiməyə analiz deyilir.

İsbatı əsas təklifdən başlayaraq mühakimənin sonunda isbat ediləcək təklifə, yəni tezisə gəlib çıxmaq olar, deməli məlum təklifdən məchul təklifə keçirik. Bu cür mühakiməyə sintez deyilir.

Misal 5.

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$, (1)

burada $a \neq b,\ a > 0,\ b > 0$ bərabərsizliyinə baxaq.

Analiz. Əgər (1) bərabərsizliyi doğrudursa, onda alarıq

$a^2 + b^2 > 2ab$.(2)

(2) bərabərsizliyi doğru olduqda isə

$a^2 + b^2 - 2ab > 0$(3)

olar. (3) münasibətindən alarıq

$(a-b)^2 > 0$(4)

(4) bərabərsizliyi doğrudur, burada $a \neq b$.

Sintez. $(a-b)^2 > 0$ münasibətindən alarıq: $a^2 - 2ab + b^2 > 0$. Axırıncı bərabərsizlikdən alırıq: $a^2 + b^2 > 2ab$, deməli, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ olar. Yəni (4) bərabərsizliyindən (1) bərabərsizliyi alınır.

Misal 6. $xdx + ydy = 0$ diferensial tənliyini həll edin.

Analiz.

$$xdx + ydy = 0 \Rightarrow \int xdx + \int ydy = \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{c}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = c$$

Sintez.

$$x^2 + y^2 = c \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{c}{2} \Rightarrow d\left(\frac{c}{2}\right) \Rightarrow \frac{2x}{2}dx + \frac{2y}{2}dy = 0 \Rightarrow xdx + ydy = 0$$

Misal 7. $J = \int x\, arccos\frac{1}{x}dx\ (|x| > 1)$ inteqralını hesablayın.

Analiz.

$J = \int x\, arccos\frac{1}{x}dx = \int\ arccos\frac{1}{x}d\left(\frac{x^2}{2}\right) \Rightarrow$

hissə-hissə inteqrallama düsturuna əsasən, $\begin{cases} \arccos\frac{1}{x} = u \\ d\left(\frac{x^2}{2}\right) = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} \cdot \frac{1}{x^2} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$ olduğundan

$$J = \int \arccos\frac{1}{x}\, d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow J = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int \frac{|x|dx}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow J = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int \frac{\frac{|x|}{x}\cdot xdx}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow J = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\int \frac{siq\ nx\ d(x^2-1)}{(x^2-1)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow J = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{x^2-1}}{\frac{1}{2}}\cdot siq\ nx + c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow J = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2-1}\ siq\ nx + c$$

Sintez.

$$\frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2-1}\ siq\ nx + c =$$

$$\frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{x^2-1}}{\frac{1}{2}}\cdot sig\ nx + \quad + c \Rightarrow \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\int\frac{siq\ nx\ d(x^2-1)}{(x^2-1)^{\frac{1}{2}}} =$$

$$\frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{\frac{|x|}{x}\cdot xdx}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{\frac{|x|}{x}\cdot xdx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{|x|dx}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{|x|dx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{dx}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2}\arccos\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{dx}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \int \arccos\frac{1}{x}\,d\left(\frac{x^2}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int \arccos\frac{1}{x}\,d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \int x\cdot arccos\frac{1}{x}dx$$

Misal 8. Aşağıdakı bərabərsizliyi (Bernulli) isbat edin.

$(1+\propto)^n \geq 1 + n\propto, \propto > 1, n \in N$.(1)

İsbatı. (1) bərabərsizliyi $n = 1$ üçün doğrudur, yəni:

$1+\propto \geq 1+\propto$(2)

$n = k$olduğunu fərz etsək, $(1+\propto)^k \geq 1 + k\propto$ ödənilir. İndi isə $1+\propto > 0$ şərtini nəzərə alsaq, onda $n = k+1$ üçün alarıq: $(1+\propto)^{k+1} \geq (1+k\propto)(1+\propto) \geq 1 + (k+1)\propto + k\propto^2$ (3)

$k\propto^2 \geq 0$olduqda alarıq

$(1+\propto)^{k+1} \geq 1 + (k+1)\propto$(4)

Beləliklə, alırıq ki, n-in bütün qiymətləri üçün Bernulli bərabərsizliyi doğrudur.

Qeyd edək ki, elə teoremlər, riyazi təkliflər var ki, onları bildiyimiz qaydalarla və ya ənənəvi yolla (üsulla) isbat etmək mümkün deyil, onda əksini fərzetmə üsulundan istifadə etmək olar.

Misal 9. İsbat edin ki, e irrasional ədəddir.

İsbatı. e ədədinin irrasional ədəd olduğunu göstərmək üçün fərz edək ki, o, rasional ədəddir, onda $e = \frac{p}{q}$, $p \in Z$, $q \in N$. Onda alarıq ki, $p = e\cdot q$, $p = e\cdot q$ tənliyinin hər tərəfini $(q-1)! = eq! = q!\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q!}{n!} = \sum_{n=0}^{q}\frac{q!}{n!} + \sum_{n=q+1}^{\infty}\frac{q!}{n!}$

.

Axırıncı münasibətdən alarıq:

$$\sum_{n=q+1}^{\infty}\frac{q!}{n!} = p(q-1)! - \sum_{n=0}^{q}\frac{q!}{n!}.$$

Alırıq ki, axırıncı münasibətin sağ tərəfindəki bütün toplananların hamısı tam ədədlərdir, yəni, sol tərəfdə tam ədəddir. Eyni zamanda

$$\sum_{n=q+1}^{\infty}\frac{q!}{n!} = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{q!}{(q+m)!} = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(q+1)\ldots(q+m)} < \sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(q+1)^m}$$

,

bu münasibətin sağında həndəsi silsilənin cəmi aşağıdakı kimi olar:

$$\sum_{n=q+1}^{\infty}\frac{q!}{n!} < \frac{1}{q},\ q \geq 1 \text{ olduğundan,}$$

$$\sum_{n=q+1}^{\infty}\frac{q!}{n!} < \frac{1}{q}$$

olar, bu isə ziddiyyət təşkil edir. Deməli, e ədədi irasional ədəddir.

Əsas isbat metodlarının hər birinə aid analoji olaraq riyaziyyatın bütün bölmələrindən misallar seçmək olar, bu isə gələcək mühəndislərin məntiqi təfəkkürünün inkişafına səbəb olur.

Müasir zamanda lisey və ali texniki məktəblərdə riyaziyyatın nəzəri və praktiki istiqamətlərdə tədrisində keyfiyyətli təhsil almaq aktual problemlərdən biridir və yuxarıda göstərilən faktlar təlimin səmərəliliyinin yüksəldilməsində rol oynayır.

Problemin aktuallığı. İndiki dövrdə inteqrasiya təhsilin bütün sferalarında dəyişiklik, yenilik və modernləşməyə səbəb olmuşdur. Təlim prosesində interaktiv və fəal metodlarından istifadə etməklə tətbiqi məsələlərdə varislik prinsipinin həyata keçməsi keyfiyyətli təhsilin əldə olunmasına səbəb olur.

Problemin elmi yeniliyi. Məqalədə lisey və ali texniki məktəblərdə indiki zamanda müasir tələblərə uyğun riyaziyyatın tədrisində tətbiqi məsələlərin seçimi, meydana çıxan çətinliklər və onların aradan qaldırılması yollarının göstərilməsidir.

Problemin praktik əhəmiyyəti. Məqalədə lisey və ali texniki məktəblərdə əsas isbat metodlarının tətbiqi ilə məsələlərin həllində fənlərarası əlaqələrin və varislik prinsipinin mahiyyəti göstərilir.

Ədəbiyyat:

1. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П.. Краткий курс высшей математики. -Москва: Наука, -1989, -655 ст.
2. Корн, Г. и Корн Т. Справочник по математике. -Москва: Наука, -1974.
3. Фильчаков, П.Ф. Справочник по высшей математике. Киев: Наукова Димка, - - 1974.
4. M.C. Mahmudov. Riyaziyyatın tədrisi metodikası. -Bakı: ADPU-nun mətbəəsi, 2006, -273 s.
5. M.C. Mahmudov, A. Tahirova. Ali texniki məktəblərdə fənlərarası əlaqələrin bəzi actual problemləri // ARTİ-nin Elmi əsərləri, 2021, № 2,-s. 91-95.

E-mail: mahmudov45@mail.ru
Rəyçilər: *ped.ü.eım.dok., prof.* **A.N. Abbasov,**
ped.ü.fəls.dok. **N.R. Abbasov**
Redaksiyaya daxil olub: 24.01.2022.