UOT 372.851

Niyaməddin Səhyəddin oğlu Məmmədov
Mingəçevir Dövlət Universitetinin müəllimi

PİFAQOR TEOREMİNİN İSBATI VƏ ONUN MÜXTƏLİF CƏBRİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNDƏ TƏTBİQ EDİLMƏSİ

Ниямаддин Сахьяддин оглы Мамедов
преподаватель Мингячевирского Государственного Университета

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Niyamaddin Sahyaddin Mammadov
teacher at Mingachevir State University

PROOF OF PIFAGOR'S THEORY AND ITS APPLICATION TO SOLVING CERTAIN ALGEBRAIC PROBLEMS

Xülasə. Məqalədə Pifaqor teoreminin isbatları araşdırılmış və teoremin cəbri istifadə yolları təyin edilmişdir.

Pifaqor teoremi məktəblilərin və tələbələrin riyazi təhsilini artırmaq üçün yaxşı bir nümunədir, çünki burada sübutların sayı məhdud deyildir. Bu teoremi müxtəlif yollarla sübut etmək çox yaxşı bir cəbri-həndəsi məşqdir.

"Ən sadə", orijinal həllər tapmaq çox vaxt uzun və zəhmətli işlərin nəticəsidir. Belə ki, bir problemi müxtəlif yollarla həll etmək bacarığı riyazi hazırlığın əlamətlərindən biridir.

Məqalədə həmçinin bəzi cəbri problemlərin Pifaqor teoremi ilə necə həll edildiyi göstərilmişdir.

Açar sözlər: *teorem, Pifaqor teoremi, isbat, düzbucaqlı üçbucaq, cəbri məsələlər, funksiya, sistem tənliyin həlli, triqonometriya, bərabərsizlik*

Резюме. В статье исследуются доказательства теоремы Пифагора и определяются способы использования алгебраической теоремы.

Теорема Пифагора – хороший пример улучшения математического образования школьников и студентов, потому что количество доказательств здесь не ограничено. Доказательство этой теоремы различными способами – очень хорошее алгебраическое упражнение.

Поиск «простейших», оригинальных решений зачастую является результатом долгой и кропотливой работы. Умение решать такую задачу разными способами – одна из отличительных черт математической подготовки.

В статье также показано, как некоторые алгебраические задачи решаются с помощью теоремы Пифагора.

Ключевые слова: *теорема, теорема Пифагора, доказательство, прямоугольный треугольник, алгебраические задачи, функция, решение системы уравнений, тригонометрия, неравенство*

Summary. The article examines proofs of the Pythagorean theorem and identifies ways to use the algebraic theorem.

The Pythagorean theorem is a good example of improving the mathematical education of schoolchildren and students, because the number of proofs is not limited here. Proof of this theorem in various ways is a very good algebraic exercise.

Finding the "simplest", original solutions is often the result of long and hard work. The ability to solve such a problem in different ways is one of the hallmarks of mathematical training.

The article also shows how some algebraic problems are solved by the Pythagorean theorem.

Key words: *theorem, Pythagorean theorem, proof, right triangle, algebraic problems, function, solution of system equations, trigonometry, inequality*

Qədim riyaziyyatın ən görkəmli uğurlarından biri də Pifaqor teoremidir. Evklid həndəsəsinin əksəriyyətinə və bütün triqonometriyaya, Nyuton fizikasına və relyativistik dinamika məhz bu teoremə əsaslanır [1].

Məsələn, Pifaqor teoreminin üç Nyuton qanununa, universal cazibə qüvvəsinə, Kulon qanununa və nisbi dinamika düsturuna əsaslandığı sübut edilmişdir [3]. Bu teoremin isbatı bir neçə min ildən çoxdur ki, peşəkarların və həvəskarların diqqətini cəlb etmişdir.

Pifaqor teoreminin tərifi: düzbucaqlı üçbucaqda, hipotenuzun uzunluğunun kvadratı, katetlərin uzunluqlarının kvadratlarının cəminə bərabərdir.

Burada, hipotenuz düz bucağın qarşısında duran tərəfidir.

Katetlər isə düz bucağı yaradan iki tərəflərdir.

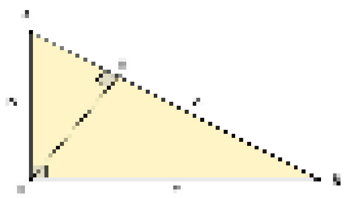
Pifaqor teoreminin düsturu aşağıdakı kimi göstərilə bilər:

$a^2 + b^2 = c^2$,

Burada müvafiq olaraq a, b – katetlər, c – hipotenuzdur [2].

Teoremin və verilmiş bərabərləyin ən sadə isbat yolu aşağıdakıdır:

Verilib: ΔABC, burada $\angle C = 90^\circ$.



• C təpəsindən AB hipotenuzuna hündürlük çəkərək, digər təpəsini H ilə işarələyək.

• ΔACH düzbucaqlı fiqur ilə ΔABC düzbucaqlı fiqur iki bucaq ilə uyğundurlar:

$\angle ACB = \angle CHA = 90^\circ$, burada $\angle A$ —ümumidir.

• Həmçinin ΔCBH düzbucaqlı fiqur ilə ΔABC düzbucaqlı fiqur uyğundurlar:

$\angle ACB = \angle CHB = 90^\circ$, $\angle B$ —ümumidir.

• Beləliklə, nəzərə alsaq ki, BC = a, AC = b, AB = c.

• Yeni adlandırma ilə: a : c = HB : a, b : c = AH : b.

• Deməli, $a^2 = c * HB$, $b^2 = c * AH$.

• Alınan bərabərlikləri toplamış olsaq, onda:

$a^2 + b^2 = c * HB + c * AH$

$a^2 + b^2 = c * (HB + AH)$

$a^2 + b^2 = c * AB$

$a^2 + b^2 = c * c$

$a^2 + b^2 = c^2$

Beləliklə, teorem isbat olundu.

Bu məqalədə yalnız Pifaqor teoreminin isbatı deyil, onun müxtəlif cəbr məsələlərinin həll edilməsində əhəmiyyətindən də danışacağıq. Əksər zaman Pifaqor teoreminin yalnız mövcud həndəsi problemlərin həllində istifadəsinin mümkünlüyü düşünülsə də bu belə deyildir.

Pifaqor teoreminin cəbri məsələlərin həlli üzrə bütün vəzifələrini 4 hissəyə bölmək mümkündür:

1) Funksiyanın ən böyük və ən kiçik dəyərini tapmaq;

2) Sistem tənliyini həll etmək;

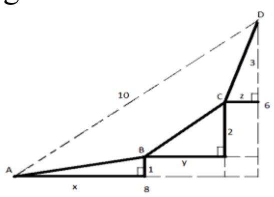
3) Triqonometrik məsələləri həll etmək;

4) Tənlik və bərabərsizliyi həll etmək.

1. Pifaqor teoreminə əsaslanaraq funksiyanın ən böyük və ən kiçik dəyərinin tapılması.

Tapşırıq 1. Ən kiçik funksiya dəyərini tapın:

$f(x, y, z) = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+4} + \sqrt{z^2+9}$, x, y, z müsbət ədədlər olmasını və x+y+z=8 bərabərliyinin doğruluğunu nəzərə alın.

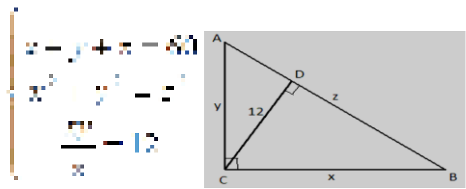


Şəkil 1. *Verilmiş tapşırığın şərti üzrə*

Həlli. Verilənləri şəkil üzrə çəkək (şəkil 1). Bu funksiya (cəmi) şəkildəki qırıq xəttin uzunluğu (burada AB, BC, CD müvafiq olaraq üç düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzudur). Eynilə, qırıq xəttin uzunluğu ən azı 10-dur və məsələnin şərtindən bilinir ki, x + y + z = 8. Funksiyanın Minimum dəyəri yalnız AD qırıq xətti ilə üst -üstə düşür, buna görə də, $f_{min}(x,y,z)=10$[6].

2. *Sistem tənliyin həlli*

Tapşırıq 2. Sistem tənliyini həll edin:



Şəkil 2. *Problemin ifadəsinə görə düzbucaqlı üçbucaq*

1) x, y, z müsbət ədədlər kimi nəzərə alaq. ABC düzbucaqlı üçbucağı çəkək, burada katetlər x və y, hipotenuz isə z-dir (şəkil 2).

Verilən sistem tənliyinə əsasən bu üçbucağın perimetri p = 60, hipotenuza düşən hündürlük h = 12 -dir. Birinci tənliyi $(x + y)^2 = (60-z)^2$, ikinci və üçüncü tənliyi isə $(x+y)^2=z^2+24z$ kimi yaza bilərik. Beləliklə, $(60-z)^2=z^2+24z$ ⇒ $144z=60^2$ ⇒ z=25 nəticəsi alınır.

Bu zaman $\begin{cases} x+y=35 \\ xy=300 \end{cases}$ sistem tənliyi meydana çıxacaqdır. Bu tənliyin kökləri 15 və 20 olduğunu nəzərə alsaq, sistem tənliyimizin kökləri, (15,20,25) və (20,15,25) olacaqdır.

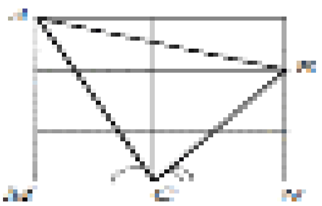
2) Məsələnin şərtində a, b, c ədədlərinin müsbət və ya mənfi olduğu haqqında danışılmır. Sistemin üçüncü tənliyindən iki naməlumun mənfi olacağını fərz etsək,

z> 0. Sonra x <0 və y <0. x + y = 35 bərabərliyini nəzərə alsaq, deməli x, y müsbət ədədlərdir. Beləliklə, cavablar (15, 20, 25) və (20, 15, 25) kimi olacaqdır [4], [5].

Triqonometrik məsələləri həll edilməsi

Tapşırıq 3:

Həll edin: *arctg2+arctg3+arctg1*



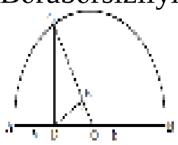
Şəkil 3. *Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın tangensi tərifindən istifadə edək:*

arctg3 = $\angle$ *ACM, arctg2*= $\angle$ *BCN*

Bu zaman *arctg1*= $\angle$ *BAC* bərabərliyi □doğru olacaqdır, belə ki, *BCA* düzbucaqlı, bərabəryanlı ABC üçbucağının iti bucağıdır(B bucağı düzbucaqdır). Pifaqor teoreminə əsasən BC=AB=√5, AC=√10. Əks Pifaqor teoreminə əsasən isə $AC^2 = AB^2+BC^2$, yəni 10=5+5, bununla da $\angle$ CBA = 90°, $\angle$ BCA = 45° nəticəsi ortaya çıxır. Beləliklə, *arctg2+arctg3+arctg1*= $\angle$ *BCN*+ $\angle$ *ACM*+ $\angle$ *BCA*= $\angle$ *MCN*=$180^0 = \pi$.

4. *Bərabərsizliyin həll edilməsi*

Tapşırıq 4. Bərabərsizliyi həll edin.



$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \le \sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \quad (a>0, b>0).$$

Şəkil 4. *Məsələnin şərti üzrə*

Verilmiş məsələnin daha asan həll edilməsi üçün onu təsvir edək (şəkil 4). AD=a, BD=b, CD=$\sqrt{ab}$, OC=$\frac{a+b}{2}$ şərtləri məlumdur. OCD və CDE düzbucaqlı üçbucaqlarına əsasən aşağıdakı nəticə alınır:

$$\frac{CE}{CD}=\frac{CD}{CO} \Rightarrow \frac{CE}{\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}} \Rightarrow CE=\frac{2ab}{a+b}=\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}.$$

Şəkildən aydın olur ki, CE<CD<CO. Beləliklə, bərabərsizliyin həlli a=b halında mümkündür [6].

Problemin elmi yeniliyi. Pifaqor teoreminin tətbiqinin öyrənilməsi istər orta məktəb, istərsə də ali təhsil müəssisələrində böyük əhəmiyyətə malikdir. Bu teorem məktəblilərin və tələbələrin riyazi təhsili və düşüncə tərzi üçün yaxşı bir nümunədir. Burada istər teoremin özünün, istərsə də onun tətbiq məsələlərinin isbat üsulları qeyri məhdud çərçivəyə malikdir. Bu teoremi müxtəlif yollarla sübut etmək çox yaxşı cəbri-həndəsi təlimlər silsiləsindəndir.

Beləliklə, biz bu məqalədə, düzbucaqlı üçbucaq üçün bilinən həndəsənin ən vacib teoremlərindən biri ilə tanış olduq. Qədim dövrlərdən bəri Pifaqor teoremi özünün sadəliyi və çoxfunksiyalılığı ilə riyaziyyat elminin diqqətindədir.

Məqalədə qısaca onun sübutunu nəzərdən keçirdərək, cəbri məsələlərdə müxtəlif aspektlər üzrə istifadəsinə nəzər salmış olduq.

Pifaqor teoreminin hər kəsin yaddaşında olması onun rolunu daha da artırır. Demək olar ki, təhsili inkişaf etmiş hər bir ölkədə bu teoremi tanımayan adam tapmaq çətindir.

Sübut olunmuşdur ki, təhsildə nə qədər sadə və hər kəs tərəfindən tanınan anlayışlardan istifadə olunsa, onun qavranması daha asan və daha çox insan tərəfindən mümkün olacaqdır.

Problemin praktik əhəmiyyəti. Həqiqətən, Pifaqor teoremi sadədir, lakin aydın deyil. İki ziddiyyətli prinsipin birləşməsi ona xüsusi cazibədar qüvvə verir, onu gözəl edir. Ancaq əlavə olaraq, Pifaqor teoremi böyük əhəmiyyət kəsb edir: həndəsənin bir çox sahələrində tətbiq olunur və bu teoremin təxminən 500 fərqli isbatının (həndəsi, cəbr, mexaniki və s.) mövcudluğu praktikliyinə dəlalət edir.

Problemin aktuallığı və yeniliyi. Pifaqor teoremini bilməklə, fərqli məsələlər üzrə yeni tətbiq və isbat üsullarını tapa bilərsiniz. Müasir dövrün riyaziyyat elminin əldə etdiyi bir çox nailiyyətlərin bu teoremə əsaslanması, onun həll olunmamış qalan nəzəriyyələrə də təsir göstərə biləcəyini sübut edir.

Ədəbiyyat:

1. Loomis E.S. 1986. The Pythagorean proposition. Washington: The Nacional Council of Teachers of Math- ematics: 310.
2. Sparks J.C. 2008. The Pythagorean Theorem. Crown Jewel of Mathematics. Bloomington: Author House: 186.
3. Cui H.Y. To String together Six Theorems of Physics by Pythagoras Theorem // arXiv: physics / 0205021/V1/ [physics.gen –ph]
4. Абдухамидов, А.У., Насимов Х.А. и др. Алгебра и основы математического анализа. Учебник академического лицея. -Ташкент: Учитель, -2012.
5. Исраилов, И., Пашаев З. Геометрия. 1 часть. Учебник академического лицея. -Ташкент: Учитель, -2004.
6. Яковлев, Г.Н., Купцов, Л.П. и др. Всероссийские математические олимпиады школьников. -Москва: Просвещение, -1992.

E-mail: niyameddin.mammadov91@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm. dok., prof.* **A.S. Adıgözəlov,**
*fiz.-riy.ü. fəls.dok.dos***. S.M. Mustafayev**
Redaksiyaya daxil olub:13.10.2021.