RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
MATHEMATICS TEACHING METHODOLOGY

UOT 372.851.2

Fatimə Cəfər qızı İbrahimova
Bakı şəhəri, Nərimanov rayonu,
Evrika liseyinin riyaziyyat müəllimi
https://orcid.org/0009-0008-0009-375X
https://doi.org/10.69682/azrt.2024.91(3).98-101

RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ KVADRAT ÜÇHƏDLİ VƏ KVADRAT TƏNLİKLƏRİN HƏLLİ YOLLARI

Фатима Джафар гызы Ибрагимова
учитель математики лицея Эврика
Наримановского района города Баку

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ КВАДРАТИЧНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ И КВАДРАТИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Fatima Jafar Ibrahimova
math teacher of Eureka High School of Narimanov district of Baku city

METHODS OF SOLVING QUADRATIC TRINOMIALS AND QUADRATIC EQUATIONS IN MATHEMATICS TEACHING

Xülasə. Kvadrat tənliklər cəbrin əzəmətli binasının dayandığı bünövrədir. Onlar həm düsturlardan, həm də qeyri-standart metodlardan istifadə etməklə həll edilə bilən böyük və vacib tənliklər sinfini təmsil edir. Kvadrat tənliklər müxtəlif növ tənliklərin həllində geniş istifadə olunur. Bunlara triqonometrik, eksponensial, loqarifmik, irrasional və bərabərsizliklər daxildir. Qədim dövrlərdə də təkcə birinci dərəcəli tənliklərin həllinə ehtiyac yaranırdı. Torpaq sahələrinin kəşfi, hərbi qazıntılar, eləcə də astronomiyanın inkişafı kvadrat tənliklərdən istifadə zərurətinə səbəb oldu.
Açar sözlər: *riyaziyyat, kvadrat tənlik, triqonometrik, eksponensial, loqarifmik, irrasional və bərabərsizliklər, natamam kvadrat tənlik, çevrilmiş kvadrat tənlik.*

Резюме: Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Они представляют собой большой и важный класс уравнений, которые можно решать как с помощью формул, так и нестандартными методами. Квадратные уравнения широко используются при решении различных типов уравнений. К ним относятся тригонометрические, экспоненциальные, логарифмические, иррациональные и неравенства. В древние времена была необходимость решать только уравнения первого порядка.
Ключевые слова: *математика, квадратное уравнение, тригонометрическое, показательное, логарифмическое, иррациональное и неравенство, неполное квадратное уравнение, обращенное квадратное уравнение.*

Summary. Quadratic equations are the foundation upon which the majestic edifice of algebra rests. They represent a large and important class of equations that can be solved using both formulas and non-standard methods. Quadratic equations are widely used in solving various types of equations. These include trigonometric, exponential, logarithmic, irrational, and inequalities. In ancient times, there was a need to solve only first-order equations. The discovery of land areas, military excavations, as well as the development of astronomy led to the need to use quadratic equations.
Keywords: *mathematics, quadratic equation, trigonometric, exponential, logarithmic, irrational and inequalities, incomplete quadratic equation, inverted quadratic equation.*

Kvadrat tənliklərin həlli yolunun tapılması təxminən eramızdan əvvəl 2000-ci ilə təsadüf edir. Amma onların bu qaydaya necə gəlib çatdıqları məlum deyil. Ən maraqlısı odur ki, Babil mətnlərində göstərilən qayda belə tənliklərin müasir həlli ilə üst-üstə düşür. Kvadrat tənliklərə aparan məsələlər bir çox qədim riyazi əlyazma və traktatlarda da müzakirə olunur. Bu problemlərdə yalnız həll yolları reseptlərini görə bilərsiniz, lakin onların necə tapıldığına dair heç bir göstəriş yoxdur.

Riyaziyyat fənninin tədrisində bütün siniflər üzrə ən önəmli olan bəzi bölmələr vardır. Xüsusilə 8-ci siniflərdə proqrama daxil olan kvadrat üçhədli və kvadrat tənliklər bölməsi məhz belə bölmələrdəndir. Bu bölmədə verilən misalların həlli üsulu hər bir riyaziyyat fənn müəllimindən xüsusi bacarıq tələb edir. Bu məqsədlə xüsusilə yeni fəaliyyətə başlayan müəllimlər üçün asan həll üsullarının verilməsi məqsədəuyğundur.

$ax^2+bx+c=0$ şəklində olan tənliyə kvadrat tənlik deyilir.

a, b, c – parametrlərdir. a – birinci hədd əmsalı, b – ikinci hədd əmsalı,

c - sərbəst həddir. Əsas şərt : $a \neq 0$

Natamam kvadrat tənliklər:

Əgər kvadrat tənliyin b və c əmsallarından biri və ya hər ikisi sıfıra bərabər olarsa bu tənlik natamam kvadrat tənlik adlanır.

1. $c=0$ olarsa: $ax^2+bx=0$

$$x(ax+b)=0$$
$$x=0\,;\ ax+b=0$$
$$x=-\frac{b}{a}$$

Nəticə: Kvadrat tənliyin köklərindən birinin 0 olması üçün $c=0$ olmalıdır .

Misal: k – nın hansı qiymətində $-2x^2-(k+3)x+k^2-9=0$ kvadrat tənliyinin yalnız bir kökü 0-a bərabərdir?

Həlli: Yalnız bir kökün 0 olması üçün $c=0, b\neq 0$ olmalıdır

$$c\ =\ k^2-9=0$$
$$k^2=9$$

$k=3$

$$k=-3$$

$$b=-(k+3)\neq 0$$
$$k\neq -3$$

Deməli, $k=3$ olarsa, $-\ 2x^2-(k+3)x+k^2=0$ tənliyinin yalnız bir kökü 0-a bərabərdir.

2. $b=0$ olarsa: $ax^2+c=0$

$$ax^2=-c$$
$$x^2=-c$$

$-\frac{c}{a}>0$ olarsa,

tənliyin iki həqiqi kökü var:

$$x_1=-\sqrt{-\frac{c}{a}}\,;\ x_2=\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

3. $b=0$, $c=0$ olarsa: $ax^2\ =0$

$$x_1=x_2=0$$

<u>Nəticə</u>: Kvadrat tənliyin hər iki kökünün sıfır olması üçün $b=c=0$ olmalıdır.

Misal: a-nın hansı qiymətlərində $\left(a-\sqrt{5}\right)x^2+7x+a^2-5=0$ tənliyi natamam kvadrat tənlik olar?

Həlli: Kvadrat tənliyin əsas şərtinə görə

$$a-\sqrt{5}\neq 0$$
$$a\neq\sqrt{5}$$

Natamam kvadrat tənliyin şərtinə görə

$$a^2-5=0$$
$$a=\sqrt{5};\ a=-\sqrt{5}$$

Cavab: $a=-\sqrt{5}$.

Çevrilmiş kvadrat tənlik:

$a=1$ olarsa, $x^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyi çevrilmiş kvadrat tənlik adlanır. $a\neq 1$ olarsa, kvadrat tənliyi $a-$ ya bölməklə çevrilmiş kvadrat tənlik almaq olar.

$$\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=0$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$\frac{b}{a}=p$ və $\frac{c}{a}=q$ olarsa, ümumi forması $x^2+px+q=0$ olan çevrilmiş kvadrat tənlik alınır.

Kvadrat tənliyin həlli:

$a, b, c\neq 0$ olarsa, $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyini həll etmək üçün Diskriminant üsulundan istifadə olunur.

D = b^2-4ac D – Diskriminant

Diskriminant şərtləri:

1.D>0 olarsa, kvadrat tənliyin iki müxtəlif kökü var:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a};\ x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$$

2.D$=0$ olarsa, kvadrat tənliyin iki bərabər kökü var:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3.D<0 olarsa, kvadrat tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

Qeyd:

1. $a+b+c=0$ olarsa, $x_1 = 1;\ x_2 = \frac{c}{a}$

2.$a-b+c=0$ olarsa, $x_1 = -1;\ x_2 = -\frac{c}{a}$

3.$a>0$ və D<0 olarsa, x-ın bütün həqiqi qiymətləri üçün

$ax^2+bx+c>0$ olacaq.

4.$a<0$ və D<0 olarsa, x-ın bütün həqiqi qiymətləri üçün $ax^2+bx+c<0$ olacaq.

Çevrilmiş kvadrat tənlik üçün Viyet teoremi

Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə götürülmüş ikinci hədd əmsalına, hasili isə sərbəst həddə bərabərdir.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 . x_2 = q = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Nəticələr:

1.Kvadrat tənliyin kökləri əks ədədlər olarsa,

$x_1 + x_2 = 0$ yəni, $p = 0$ olacaq.

2.Kvadrat tənliyin kökləri qarşılıqlı tərs ədədlər olarsa,

$x_1 \cdot x_2 = 1$ yəni, $q = 1$ olacaq.

3. Çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri varsa, bu köklər arasındakı məsafə $\sqrt{D}$ -yə bərabərdir.

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = p^2 - 4q = D$$

Deməli: $|x_1 - x_2| = \sqrt{D}$

İxtiyari $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyi üçün:

$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$ olacaq.

4. $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyinin kökləri x_1 və x_2 olarsa, $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$ ədədləri $(x_1 \neq 0;\ x_2 \neq 0)$ $cx^2+bx+a=0$ kvadrat tənliyinin kökləri olacaq.

Kvadrat tənliyin köklərinin işarələrinin təyini:

$ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyində $a>0$ halına baxaq. $a<0$ olduğu halda tənliyin sağ və sol tərəfini -1-ə vurmaqla sadələşdirmiş olarıq.

1. $c>0$ olarsa, kvadrat tənliyin kökləri eyni işarəli olacaq.

$b>0$ olarsa, $x_1<0$ və $x_2<0$ olacaq.

$b<0$ olarsa, $x_1>0$ və $x_2>0$ olacaq.

2. $c<0$ olarsa, kvadrat tənliyin kökləri müxtəlif işarəli olacaq.

Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılması:

ax^2+bx+c çoxhədlisi kvadrat üçhədli adlanır. a, b, c parametrlərdir və $a \neq 0$.

Rasional ifadədə surət və ya məxrəc kvadrat üçhədli olan zaman kəsri ixtisar etmək üçün surət və məxrəci vuruqlarına ayırmaq lazımdır. Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsulları vardır.

1. $a=1$ olarsa, x^2+bx+c kvadrat üçhədlisi üçün hasili c -yə, cəmi isə b -yə bərabər olan m və n ədədləri tapmaq mümkün olarsa,

$$x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$$

Burada: $m+n=b$

$$m \cdot n = c$$

Misal: $x^2+4x-32$ çoxhədlisini vuruqlara ayıraq. Hasili -32, cəmi 4 olan ədədlər -4 və 8 olduğundan:

$$m+n=4$$
$$m \cdot n = -32$$
$$m=-4$$
$$n=8$$
$$x^2+4x-32 = (x-4)(x+8)$$

2. $a \neq 1$ və D> 0 olarsa, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

x_1 və x_2 $ax^2 + bx + c$ kvadrat üçhədlisinin kökləridir.

3. D $= 0$ olarsa, $x_1 = x_2$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

4. Kökləri x_1, x_2 olan kvadrat tənliyi aşağıdakı kimi qurmaq olar:

$$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

Misal: Köklərindən biri $3 + \sqrt{10}$ olan kvadrat tənliyi qurun.

Həlli: Kvadrat tənliyin köklərindən biri irrasional ədəd olarsa, ikinci kökü bu irrasional ədədin qoşması olacaq.

$x_1 = 3 + \sqrt{10}$; $x_2 = 3 - \sqrt{10}$

Viyet teoreminə əsasən:

$$x_1 + x_2 = 3 + \sqrt{10} + 3 - \sqrt{10} = 6 = -p$$

$$p = -6$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(3 + \sqrt{10}\right) \cdot \left(3 - \sqrt{10}\right) = -1 = q$$

$$q = -1$$

Cavab: $x^2 - 6x - 1 = 0$

5. Kvadrat üçhədlinin tam kvadrata ayrılması.

$$ax^2 + bx + c = a(x - m)^2 + n$$

Burada $m = -\frac{b}{2a}$; $n = -\frac{D}{4a}$

$a > 0$ olarsa, n ifadənin ən kiçik, $a < 0$ olarsa, n ifadənin ən böyük qiyməti olur.

Misal: $x^2 - 5x - 6 = x^2 - 5x + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$

Ümumiyyətlə hər bir fənn müəlliminin riyazi təfəkkürünə uyğun olaraq özünəməxsus kvadrat üçhədli və kvadrat tənliklərin həlli üsulları vardır. Lakin yuxarıda qeyd olunan nümunələrin həlli üsulları güman olunur ki, fənn müəllimlərinin marağına səbəb olacaqdır.

Problemin aktuallığı. Məktəb kurikulumunda kvadrat tənliklərə diskriminant və daimi istinaddan istifadə edərək kvadrat köklər üçün düsturun mövcudluğu, şübhəsiz ki, şagirdlərin kvadrat tənliklərin həlli bacarıqlarını yaxşı mənimsəməsinə kömək edir. Lakin, təəssüf ki, şagirdlərin çoxu bu formulun mənası və ya digər daha rasional həll üsulları haqqında düşünmürlər.

Problemin elmi yeniliyi. Məktəblilərin ciddi bir alqoritmik metoddan istifadə etməsi onların yaradıcı intellektual fəaliyyətinin əhatə dairəsinin daralmasına və bir "darıxdırıcı" düsturla endirilən problemlərin həllinə marağın itməsinə səbəb olur. Digər tərəfdən, bir problemin həlli üsullarının zənginliyi və müxtəlifliyi haqqında bilik şagirdin ən optimal həll yolunu seçməkdə yaradıcılıq qabiliyyətlərini inkişaf etdirməyə kömək edir.

Problemin praktik əhəmiyyəti. Məktəb kvadrat tənliklərin kökləri üçün düsturlardan və Viyet teoremindən istifadə etməklə kvadrat tənliklərin həlli üçün klassik üsulları öyrənir. Kvadrat tənlikləri həll etməyin başqa yolları da var – qrafik olaraq, kvadrat üçhəmin faktorinqi, binomialın kvadratlaşdırılması, bu da kvadrat tənlikləri həll etməyə imkan verir.

Ədəbiyyat:

1. Ümumtəhsil səviyyəsində yeni dövlət proqramları (kurikulumları). -Bakı, 2013.
2. Əlizadə. Ə. Müasir Azərbaycan məktəbinin psixoloji problemləri. -Bakı: Pedaqogika, -2004.
3. Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы. -М.: Дрофа, -2001.
4. Пресман А.А. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки // М. Квант. № 4. 1972. -С.34-35.
5. Шаталова С. Способы решения квадратных уравнений // "Математика в школе"№42. -2004.

E-mail: fatimeibrahimova6464@gmail.ru

Redaksiyaya daxil olub: 10.05.2024