

UOT 372.851

**Valeh Mahmud oğlu Məmmədov,**  
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin baş müəllimi  
<https://orcid.org/0009-0009-6631-5295>  
E-mail: memmedovvaleh41@gmail.com  
[https://doi.org/10.69682/arti.2025.92\(4\).66-69](https://doi.org/10.69682/arti.2025.92(4).66-69)

**Musa Tapdıq oğlu Rzayev,**  
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin baş müəllimi,  
pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru  
<https://orcid.org/0000-0002-5141-177X>  
E-mail: musa.rzayev.73@mail.ru

## MODUL DAXİL OLAN BƏRABƏRSİZLİKLƏRİN ÖYRƏDİLMƏSİ TƏCRÜBƏSİNDƏN

**Valeh Mammad Mammadov,**  
senior lecturer at  
Azerbaijan State Pedagogical University

**Musa Tapdıq Rzayev,**  
senior lecturer at Azerbaijan State Pedagogical University,  
doctor of philosophy in pedagogy

## FROM THE EXPERIENCE OF TEACHING INEQUALITIES INCLUDED IN THE MODULE

**Валех Мамед оглы Мамедов,**  
старший преподаватель Азербайджанского Государственного Педагогического Университета

**Муса Тандыг оглы Рзаев,**  
старший преподаватель  
Азербайджанского Государственного Педагогического Университета,  
доктор философии по педагогике

## ИЗ ОПЫТА ОБУЧЕНИЯ НЕРАВЕНСТВАМ, ВХОДЯЩИМ В МОДУЛЬ

**Xülasə.** Məqalə məktəb riyaziyyat təliminin “Cəbr və funksiyalar” məzmun xəttinə daxil olan bərabərsizliklər mövzusunun əhatə edir. Modul daxilində bərabərsizliklərin həlli ilə əlaqədar məktəb müəllimləri və şagirdləri müəyyən çətinliklərlə rastlaşırlar. Bu məqsədlə modul daxil bərabərsizliklərin həlli yolları həm nəzəri həm də praktik cəhətdən geniş şəkildə şərh edilmişdir. Digər tərəfdən məqalədə buraxılış sinifləri və qəbul imtahanına hazırlaşan abituriyentlərin riyaziyyatdan imtahanda qarşılaşdıqları modul daxil olan bərabərsizliklərin həllinə aid bəzi çalışmaların həlli verilmişdir. İş təcrübəsində əldə olunmuş nəticələrdən istifadə olunmuşdur.

**Açar sözlər:** modul, bərabərsizlik, eynigüclü, standart, interval, üsul, çətinlik, dərəcə, çalışma, tənlik, müsbət və mənfi, funksiya, ədəd oxu

**Abstract.** The article covers the topic of inequalities included in the content of “Algebra and Functions” in school mathematics education. School teachers and students encounter certain difficulties in solving inequalities within the module. For this purpose, the ways of solving inequalities included in the module are widely explained both theoretically and practically. On the other hand, the article provides solutions to some exercises related to solving inequalities included in the module that final year students and applicants preparing for the entrance exam encounter in the mathematics exam. The results obtained in work experience were used.

**Keywords:** modulus, inequality, equipotent, standard, interval, method, difficulty, degree, exercise, equation, positive and negative, function, number reading

**Аннотация.** В статье рассматривается тема неравенств, входящая в содержание курса «Алгебра и функции» школьного математического образования. Школьные учителя и учащиеся сталкиваются с определенными трудностями при решении проблем неравенства в рамках модуля. Для этой цели способы решения модульных неравенств были подробно объяснены как теоретически, так и практически. С другой стороны, в статье приводятся решения некоторых заданий на неравенства, входящих в модуль экзамена по математике, с которыми сталкиваются абитуриенты, готовящиеся к выпускным и вступительным экзаменам. Были использованы результаты, полученные в ходе производственной практики.

**Ключевые слова:** модуль, неравенство, равносильный, стандарт, интервал, метод, сложность, степень, упражнение, уравнение, положительное и отрицательное, функция, чтение чисел

Hazırda şagirdlər buraxılış və qəbul imtahanı verməlidirlər. Bu heç də asan deyildir, çünki burada ancaq son sinfin materialı yox, həm də VII-XI siniflərin proqramı materiallarını əhatə edən çalışmalar daxil edilir.

Şagirdlər üçün adi olmayan bir çox tapşırıqlar əvvəlkilərdən fərqli olur. Elə ona görə də müəllimlərin qarşısında yeni məsələlər durur: yeni materialı öyrətməklə yanaşı, əvvəlki mövzular da təkrar olunmalıdır. Bu çətinlikləri yox etmək üçün müəllimlərə bəzi metodik köməklik göstərməyə çalışacağıq.

Əslində imtahanlarda təklif olunan çalışmalar çətinliyinə görə müxtəlif olmuşdur, lakin biz həmin çalışmaların həllinin müxtəlif üsulla və səmərəli aparılması üçün çətinlik dərəcəsi olan nümunələri göstərməyə çalışacağıq. Burada şagirdlərin həm buraxılış, həm də qəbul imtahanlarında qarşılaşdıqları müxtəlif məsələləri əhatə edəcəyik. Bu çalışmaların həllində müxtəlif ideyalardan istifadə olunduğu əhatə olunacaqdır. Tənlik və bərabərsizliklərin eynigüclü olması üçün aşağıdakı münasibətləri qısa göstərək:

1. Əgər  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyaları  $X$  çoxluğunda təyin olunmuşdursa, onda həmin çoxluqda  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$ ;

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) + h(x) = g(x) + h(x)$  doğrudur.

2. Əgər  $X$  çoxluğunda  $h(x) > 0$  olarsa, onda həmin çoxluqda  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$  olar. Yəni bərabərsizliyi müsbət funksiya vuraraq, bərabərsizliyin işarəsi dəyişmir.

3. Əgər  $X$  çoxluğunda  $h(x) \neq 0$  olarsa, onda həmin çoxluqda  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) \cdot h(x) = g(x) \cdot h(x)$  doğrudur.

4. Əgər  $X$  çoxluğunda  $h(x) < 0$  olarsa, onda  $X$  çoxluğunda  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$  doğrudur. Yəni bərabərsizliyi mənfi funksiya vuraraq, bərabərsizliyin işarəsi əksinə dəyişir.

5. Əgər  $X$  çoxluğunda  $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$  olarsa, onda  $X$  çoxluğunda

$f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x)$ ;  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$ ,

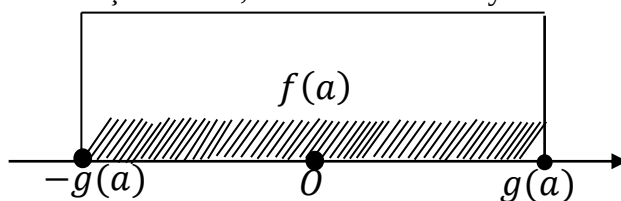
$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow f^2(x) \leq g^2(x)$  doğrudur [1].

Əgər bərabərsizliyin sağ və sol tərəfləri müxtəlif işarəlidirsə, onda bərabərsizliyi kvadrata yüksəltmək olmaz, çünki alınan bərabərsizlik əvvəlki bərabərsizliklə eynigüclü olmaya bilər:  $-2 < 3$  və  $4 < 25$ ;  $-8 < 5$  və ya  $64 < 25$

Çox vaxt modul daxil olan bərabərsizliklərin həlli üçün ədəd oxunu elə aralıqlara bölmək lazım gəlir ki, modul işarəsi altındakı funksiya hər bir aralıqda işarəsini müsbət müsbət və ya mənfi olduğunu saxlasın. Burada hər bir aralıqda bərabərsizliyi modulsuz yazmaq olar. Belə olduqda modula açılması deyilir.

$|f(x)| < g(x), |f(x)| > g(x), |f(x)| > |g(x)|$  şəklindəki bərabərsizlikləri üçün  $f(x)$  və  $g(x)$  funksiyalarının işarələrindən istifadənin mənasının olmaması eynigüclülük şərtində istifadə olunur [1].

Hər hansı  $a$  nöqtəsində  $f(x) < g(x)$  bərabərsizliyi ödənilir, onda  $-g(a) > 0$  və  $|f(a)| < g(a)$  olar.



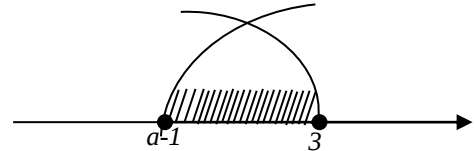
Onda,  $-g(a) < f(a) < g(a)$  bərabərsizliyi ödənilir, ədəd oxunda göstərək, və ya əksinə hər hansı  $a$  nöqtəsində  $-g(a) < f(a) < g(a)$  bərabərsizliyi ödənilir.

Onda, əvvəlcə  $-g(a) < g(a) \Leftrightarrow g(a) > 0$ , sonra  $|f(a)| < g(a)$  olar. Nəticədə,  $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$  (1) olar. İndi isə misal nümunəsinə baxaq: Misal.  $|x - a| + |x - 2| + a - 4 \leq 0$  bərabərsizliyinin  $a$ -nın bütün qiymətlərində doğru olduğunu göstərin.

$$|x - a| + |x - 2| + a - 4 \leq 0 \Leftrightarrow |x - a| \leq 4 - a - |x - 2| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - a \leq 4 - a - |x - 2|, \\ x - a \geq a - 4 + |x - 2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x - 2| \leq 4 - x, \\ |x - 2| \leq x - 2a + 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \leq 4 - x \\ x - 2 \geq x - 4 \\ x - 2 \leq x - 2a + 4 \\ x - 2 \geq 2a - x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3, \\ a \leq 3, \\ x \geq a - 1 \end{cases}$$



Ədəd oxu üzərində göstərək; Bərabərsizliyin həlli  $[a - 1; 3]$  olar.

$a > 3$  olduqda həlli yoxdur,  $a \in (-\infty; 3]$  olduqda  $a - 1 \leq x \leq 3$  olar.  $|f(x)| > g(x)$  şəklində olan bərabərsizliyə baxaq;

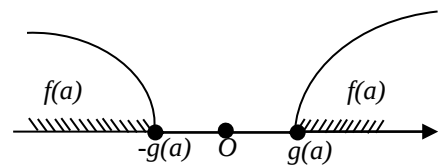
• Əgər  $g(x) < 0$  olarsa, onda modul mənfi olmayan qiymət alır və həmişə ixtiyari mənfi ədəddən böyük olur.

• Əgər  $g(x) \geq 0$  olarsa, onda  $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{cases}$  bərabərsizliklər çoxluğu ədəd oxu üzərindəki kimi olar.

Və yaxud tərsinə hər hansı  $x = a$  nöqtəsində  $\begin{cases} f(a) > g(a) \\ f(a) < -g(a) \end{cases}$  olduğu nəzərə alınır.

• Əgər  $g(a) < 0$  olarsa, onda  $|f(a)| > g(a)$  bərabərsizliyi ödənilir.

• Əgər  $g(a) \geq 0$  olarsa, (şəkildən göründüyü kimi)  $||x^2 + 5 - 18| - x^2| \geq 18 - x$  bərabərsizliyinin həllinə baxaq:



Əvvəlcə bərabərsizliyi çevirək;

$$||x^2 + 5 - 18| - x^2| \geq 18 - x \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 + 5 - 18| - x^2 \geq 18 - x, \\ |x^2 + 5 - 18| - x^2 \leq 18 + 2; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 + 5x - 18| \geq x^2 - x + 18, \\ |x^2 + 5x - 18| \leq x^2 + x - 18; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5 - 18 \geq x^2 - x + 18, \\ x^2 + 5 - 18 \leq -x^2 + x - 18; \\ x^2 + 5 - 18 \leq x^2 + x - 18, \\ x^2 + 5 - 18 \geq -x^2 - x + 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6, \\ x(x + 2) \leq 0; \\ x \leq 0 \\ (x + 6)(x - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x \in [-2; 0], \\ x \leq -6. \end{cases}$$

Cavab:  $(-8; -6] \cup [-2; 0] \cup [6; \infty)$  [4]

• İndi  $|f(x)| < |g(x)|$  şəklindəki bərabərsizliyin həllinə baxaq:

Əvvəlcə  $|f(x)| - |g(x)|$  fərqi baxaq. O, istənilən işarəli ola bilər,  $|f(x)| + |g(x)|$  cəmi həmişə mənfi olmayacaq, fərqi cəmi hasili bərabərsizliyin işarəsini dəyişməyəcək. Buradan aşağıdakı qaydalar alınır.

•  $|f(x)| - |g(x)|$  modulların fərqi işarəsi,

$(|f(x)| + |g(x)|) \cdot (f(x) - g(x))$  hasilinin işarəsi ilə eynidir. Buradan, xüsusi halda;

•  $g(x) \geq 0$  olduqda,  $|f(x) - g(x)|$  işarəsi  $(f(x) - g(x)) * (f(x) + g(x))$  hasilinin işarəsi ilə eyni olar. Beləliklə, eynigüclülük haqqında yeni şərt alınır.  $|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow (f(x) - g(x)) \cdot (f(x) + g(x)) < 0$ . (3)

(3)-ün tətbiqinə aid çalışmaya baxaq:

$|4x^3 - x + 7| \leq |2x^3 + 5x + 3|$  həll edin.

$$\begin{aligned} |4x^3 - x + 7| \leq |2x^3 + 5x + 3| &\Leftrightarrow (6x^3 + 4x + 10) * (2x^3 - 6x + 4) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (3x^3 + 2x + 5)(x^3 - 3x + 2) = (x + 1)(3x^2 - 3x + 5)(x - 1)(x^2 + x - 2) \\ &\leq 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2(x + 1)(x + 2) \leq 0. \end{aligned}$$

İntervallar metodu ilə həll etsək  $x \in [-2; -1] \cup \{1\}$  olar [2].

Riyaziyyat dərslərində çalışmalar həllində riyaziyyata xüsusi meyl və maraq göstərən şagirdlərlə işlədikdə müsbət nəticə əldə etmək olur. Şagirdlərin heç də əksəriyyəti maraq göstərmir, onu da nəzərə almaq vacibdir. Çünki hazırda heç də bütün müəllimlər, şagirdlərini elmi ideyaları dərinlən öyrətməyə səy göstərmir. Səbəbləri araşdırılmalı məsələlərdir. Yaradıcı müəllimlərimiz çoxdur, çətinliklərə iş prosesində üstün gələcəklər.

**Problemin aktuallığı.** Bu gün abituriyentlərin rast gəldikləri ən böyük çətinliklərdən biri modul daxilində bərabərsizliklərin həllidir. Bu nöqteyi-nəzərdən hazırlanmış məqalə öz aktuallığı ilə xüsusi əhəmiyyət kəsb edir.

**Problemin elmi yeniliyi.** Müxtəlif üsullardan istifadə edərək modul daxilində bərabərsizliklərin həlli gələcək tələbələrin elmi-praktik vərdişlərinin yüksəldilməsinə, onların gələcək təhsillərini uğurla həyata keçirməsinə və yaxud mənimsəmənin optimallığını təmin etməyə müsbət təsir edir.

**Problemin praktik əhəmiyyəti.** Məqalə hazırlıq kurslarında çalışan müəllimlər və şagirdlər üçün o cümlədən, tədqiqatçılar üçün faydalıdır.

## Ədəbiyyat

1. Elementar cəbr: Ali məktəblər üçün dərs vəsaiti / A.S. Adıgözəlov, N.Z. Hacıyev, X.S. Həsənova, M.T. Rzayev- Bakı: Elm və təhsil, -2012.- 347 s.
2. Osmanov, Ə.C., Riyaziyyatdan qəbul imtahanlarında təklif olunmuş məsələlər: Metodik vəsait. / Ə.C. Osmanov, İ.K. Məhərov. -Bakı: Maarif,-1991. -256 s.
3. Ömərov A.C. Bərabərsizliklər. Metodik vəsait. /A.C. Ömərov. -Bakı: Tərəqqi, -2010. -56 s.
4. Колесникова С.И. Математика. Интенсивный курс / С.И. Колесникова. -Москва: Педагогика, -2004. -405 с.

**Redaksiyaya daxil olub:** 02.06.2025